Penrose-Cube lösen (Beginners + CFOP method)

Hintergrund-Infos und Vorbemerkungen:

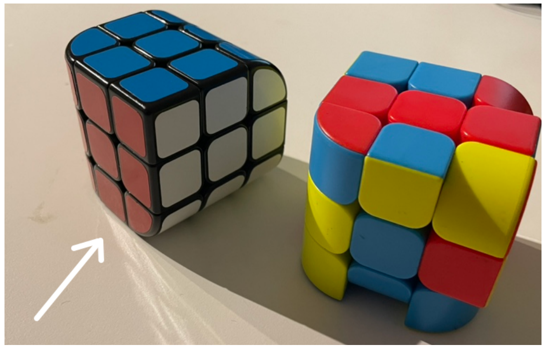
Diese Anleitung richtet sich an durchschnittlich talentierte Menschen wie mich ;-).

Sie setzt dabei aber zwingend voraus, dass man den regulären Zauberwürfel (also den 3x3 Rubiks Cube, im Speedcube-Slang abgekürzt zu: „3x3“) problemlos nach der Beginners- oder sonst einer Methode lösen kann.

Ebenfalls von Vorteil ist es, wenn man komplexere Cubes, wie den Fisher-Cube lösen kann - manches wird einem dann bekannt vorkommen!

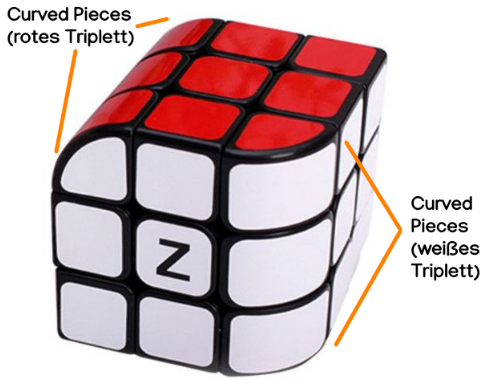
Speedcuber wissen in der Regel, dass es den regulären „3x3“ in verschiedenen Farbschemas gibt, je nachdem wo man wohnt. So haben asiatische Würfel oft andere Farben als die europäischen. Ganz abgesehen davon, dass man seinen Würfel beliebig mit farbigen Stickern aufhübschen kann (dann hat man sein ganz privates Farbschema).

Ähnliches gilt auch hier - es gibt verschiedenfarbige Penrose Cubes. Hier muss man dann die Farben übersetzen — und das ist nicht jedem gegeben! Daher setzt diese Anleitung den links abgebildeten Würfel voraus, auch wenn sich die Konzepte eins-zu-eins auf den in der Abbildung rechts gezeigten Penrose-Cube übertragen lassen:



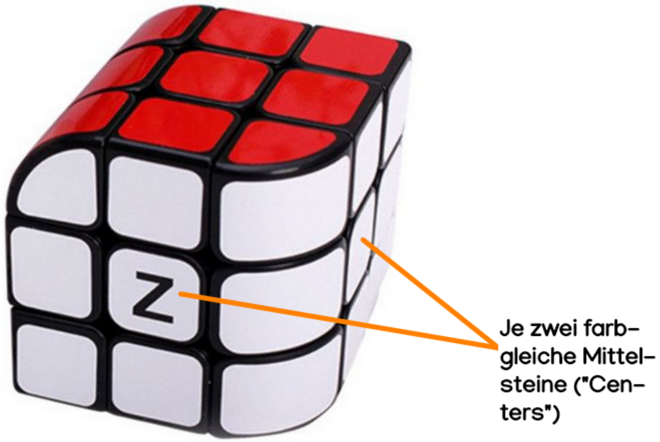
Der Penrose-Cube ist ein so genannter „Shape Mod Cube“.

Im Gegensatz zum „normalen“ 3x3-Cube, der auf jeder Seite eine andere Farbe (insgesamt also 6 verschiedene Farben) hat, besitzt dieser Cube nur 3 Farben, beispielsweise: weiß, rot und blau. Ursache hierfür ist, dass der Würfel im gelösten Zustand (solved state) jeweils zwei Würfelseiten mit gleicher Farbe hat und diese über so genannte *Curved Pieces (Details siehe unten)* miteinander verbunden sind. Auf den ersten Blick scheint das gegenüber dem normalen 3x3 eine reduzierte Lösungskomplexität zu bedeuten. Dies täuscht jedoch. Das Gegenteil ist der Fall.



Curved Pieces: Insgesamt gibt es 9 Curved Pieces. Diese lassen sich aufteilen in jeweils drei *farbgleiche* Tripletts. Farbgleich bedeutet, dass die gebogene Seite der Pieces, die das Triplett im, gelösten Zustand *(„solved state“)* bilden, jeweils die gleiche Farbe hat. Es gibt also drei rote, drei blaue und drei weiße Pieces, die am Ende so ein Triplett bilden. Jedes Triplett besteht dabei in seiner Mitte aus genau einem einfarbigem Curved Edge Piece. Dieses Piece hat selbst keine seitliche Farben, da es immer von anderen Pieces umgeben ist. Es wird im gelösten Zustand jeweils flankiert von einem anderen Curved Piece, das neben der gebogenen Seite noch eine Seite hat, die wie ein Kuchenstück aussieht und andersfarbig ist.

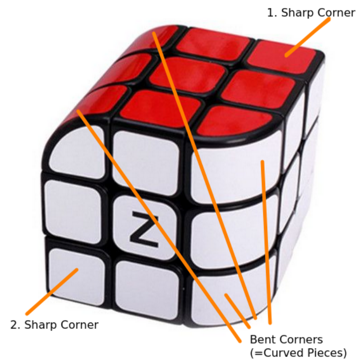
Mittelsteine (Centers): Da es 6 Würfelseiten gibt, gibt es auch 6 Mittelsteine (Centers Pieces, kurz: „Centers“). Allerdings sind ja nur 3 Farben verfügbar (nämlich: weiß, rot, und blau). Daher muss jeder Mittelstein zweimal vorkommen. Demzufolge gibt es zwei weiße, zwei rote und zwei blaue Mittelsteine. Eine Besonderheit ist bei den weißen Mittelsteinen auszumachen: Ein weißer Mittelstein trägt eine Markierung „*Z*“. Dieser Stein ist der Ausgangspunkt für unser weißes Kreuz:



„Reguläre“ Ecksteine (Sharp Corners): Da ein Würfel 8 Ecken hat (oben 4 und unten 4) könnte man vermuten, dass es auch wie beim 3x3-Würfel acht Corners gibt. Das ist aber gar nicht so richtig der Fall: 8 Würfel-Enden ja — es muss ja das Würfelgebilde im Raum aufgespannt werden — aber eben keine 8 Ecken! Denn 6 Ecken werden beim Penrose Cube durch Curved Pieces belegt. Im Ergebnis bleiben damit nur zwei freie Würfel-Enden übrig, deren Platz von *regulären Corners*, wie man sie aus dem 3x3-Cube kennt, überhaupt noch besetzt werden kann: Wir bezeichnen diese beiden Corners hier als *„Sharp Corners“!* Diese „Sharp Corners“ sehen ganz genauso aus wie beim regulären 3x3-Würfel, d.h. sie haben drei verschiedene Farbseiten, und zwar für jede Würfelseite passend eine, also: weiß, rot, blau. Man könnte nun vermuten, dass beide vorhandenen „Sharp Corners“ identisch sind. Das ist aber gar nicht der Fall, denn ihre Farbenverteilung ist geflipped (wie wir noch sehen werden).

Hinweis: Wenn wir in den letzten Schritten zusammenfassend nur von „Corners“ reden, dann meinen wir beide Typen von Corners zugleich, also sowohl „Sharp“ Corners als auch „Curved Corners“ oder auch „ Bent Corners“.

Demzufolge ergibt sich nachstehend aufgeführtes Bild:



„Reguläre“ Kantensteine (Sharp Edges): Während es beim normalen 3x3-Cube 12 Kantensteine *(auch als „Edges’”bezeichnet)* gibt (4 oben, 4 unten und 4 in der Mittelebene), besitzt ein Penrose-Würfel nur 9 Kantensteine, das heißt es fehlen drei „reguläre“ (nicht-gebogene) Kantensteine. Der Grund: Wie wir oben gesehen haben gibt es drei verschiedene Tripletts an gleichfarbigen Curved Pieces und jeweils der mittlere Curved Piece belegt eine der freien Kantensteinpositionen auf dem Würfel. Beispielsweise sind hier folgende „reguläre“ Kantensteine sichtbar:

„Besondere“ Kantensteine (Curved Edges): Ausgehend von 3 Tripletts, die je einen Curved Edge in ihrer Mitte haben, können wir 3 Curved Edges am Würfel ausmachen.

Allgemeines Vorgehen / Lösungsschema:

Wir lösen den Penrose Cube zunächst gemäß der Anfängermethode (beginners method) nach der Vorgehensweise *„Layer by Layer“* (LbL) - wir lösen also zuerst das weiße Kreuz, drehen dann den Würfel auf den Kopf und lösen das weiße Triplett und danach insgesamt die weiße Z-Fläche am Boden. Wie bei der Beginners-Methode (nicht wie bei der CFOP-Methode) lösen wir in dieser Anleitung dann die 2. Ebene.

Weiter gehts wie beim normalen 3x3 mit der Oberseite des Würfels (dort: dem gelben Punkt). Dieser ist bei unserem Würfel blau.

In der Beginners-Methode geht es nach dem gelben Punkt weiter über die gelbe Linie (bei uns ist sie halt blau), gefolgt von einem gelben (bei uns: einem blauen) Kreuz auf der Top-Layer-Ebene.

Ab da trennen sich dann die Wege:

Der nächste Schritt versucht nämlich nicht primär, die Oberseite gleichfarbig zu bekommen, sondern unser Ziel ist es zunächst, die Kantensteine (Edges) des Top-Layers passend an die Seitenfarben auszurichten.

Sobald die Eges ausgerichtet sind, begutachten wir die Situation ob wir einen Parity-Fall haben (diesen gibts beim „3x3“ gar nicht!): Haben wir einen Parity Case lösen wir ihn auf, sonst bekommen wir den Würfel nicht fertig! Haben wir keinen: Um so besser, weil wir gleich fortfahren können.

Nachdem das blaue Kreuz ausgerichtet ist (das ist identisch mit: Alle Kanten des Top-Layers sind an ihrer Homeposition und richtig geflipped) - bringen wir die Ecksteine (Corners) an ihre Homeposition.

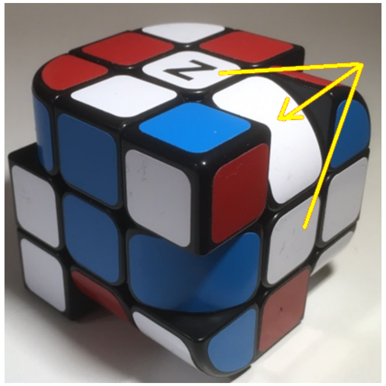
Dann müssen wir möglicherweise noch die Ecksteine wenden (re-flippen) - und der Penrose Cube ist gelöst!

Doch zunächst geht es wie bei der Anfängermethode („Beginners“) los: Wir halten den Würfel (zunächst) mit der weißen Seite nach oben. Hierbei orientieren wir uns an dem weißen Center-Stein, der ein „Z“ in der Mitte trägt.

Schritt 1: Weißes Kreuz lösen

Wir beginnen damit, dass wir den Penrose-Cube so in der Hand halten, dass der **weiße „Z“-Mittelstein (Center)** **nach oben** **und der andere weiße Mittelstein** **nach rechts** **zeigt.**

Ist das der Fall, beginnen wir damit, den mittleren weißen (einfarbigen) Curved Piece (also der mittlere Curved piece des weißen Tripletts) zwischen beide Mittelsteine zu schieben:



Danach versuchen wir, unser weißes Kreuz weiter zu bilden, indem wir um den Z-Mittelstein weitere weiße Steine einfügen.

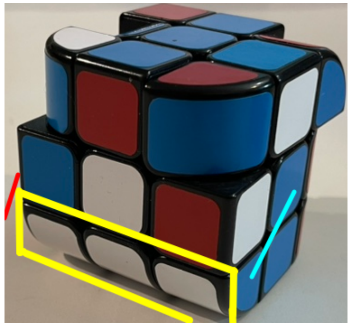
Wie bei der Anfänger-Methode **müssen wir dabei darauf achten, dass die Seitenfarben aller Kantensteine mit den Farben der jeweiligen Mittelsteine (Centers) übereinstimmen:**

Im Ergebnis haben wir damit das weiße Kreuz gelöst.

Schritt 2: Weißes Triplett lösen

Wichtige Voraussetzung: **Wir drehen jetzt den Würfel auf den Kopf, und zwar so dass der Z-Mittelstein nach unten und er andere weiße Mittelstein (2. weiße Ebene) nach *vorne* zeigt, sozusagen frontal steht.**

Dann sehen wir, dass unten an der Frontseite bereits als Teil des schon gelösten weißen Kreuzes ein gebogener weißer Kantenstein (Curved Edge) steht. Rechts und links davon fehlen aber wahrscheinlich noch die übrigen beiden weißen Curved Pieces. Diese haben seitlich andere Farben und sie sehen aus, wie ein Viertelkreissegment. Zum Einbauen der seitlichen Curved Pieces des weißen Tripletts verwenden wir (ggf. mehrfach) den aus der Anfängerlösung bestens bekannten *Sexy Move* (wie dieser geht und wirkt wird hier als bekannt vorausgesetzt!) Im Ergebnis bekommen wir damit unten an der Frontseite das weiße Triplett und zwar so, dass die Seitenfarben ebenfalls passen: Also blau zu blau (im Bild hellblau markiert) und rot zu rot (im Bild nicht sichtbar, aber mit rotem Strich angedeutet):

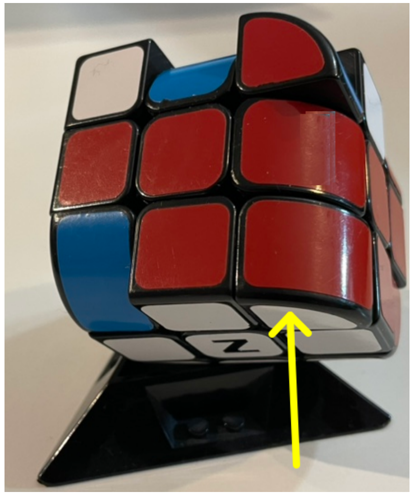


Schritt 3: Rotes „Curved Piece“ am Boden einsetzen

Nun drehen wir den Würfel global so, dass sich der Z-Mittelstein zwar weiterhin am Würfelboden befindet, jedoch die beiden roten Seiten frontal und rechts stehen. Oder anders ausgedrückt: Am Würfelboden muss sich der weiße Mittelsteni befinden und rechts und frontal die roten Mittelsteine.

Wenn dies der Fall ist, haben wir auf der frontalen Würfelseite unten rechts einen Slot, in welchen das noch vorhandene rot-weiße Curved Piec hineingehört. Nochmal zur Klarstellung: Das Piece, das wir meinen hat eine gebogene rote Seite und ein weißes Viertelkreissegment, das auf den Würfelboden gehört. Auch dieses Piece setzen wir mit Hilfe des (ggf. mehrfach) anzuwendenden *Sexy Move* am Würfelboden ein.

Wenn wir alles korrekt gemacht haben, verbindet dieses Piece im Bottom Layer die beiden roten Seiten:



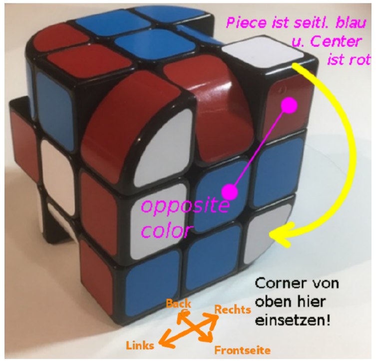
Schritt 4: Weiße „Z“-Ebene (Würfelboden) lösen

Wichtige Voraussetzung: Wir drehen jetzt den Würfel so, dass der Z-Mittelstein weiterhin nach unten zeigt - jedoch der andere weiße Mittelstein (2. weiße Ebene) nunmehr nach *links* zeigt.

Wenn wir das tun, ergibt sich daraus, dass frontal am unteren vorderen rechten Würfeleck (unser Einfüge-Slot), ein „echter“ Eckstein (Sharp Corner) hin muss.

Da der Penrose Cube insgesamt nur 2 „echte Sharp Corners“ hat (diese haben alle 3 Farben, sind aber unterschiedlich *“geflipped“*), können wir denjenigen Eckstein über den Slot stellen, bei dem folgendes der Fall ist: Wenn wir den Cubie gedanklich mit einem Hammer flachklopfen würden, käme — danach von oben und die Seiten im Uhrzeigersinn betrachtet — immer blau nach weiß:

Ist der „richtige“ Sharp Corner im Top-Layer (also an der Würfeloberseite) hat er auf der Frontalseite eine rote Farbe und die rechte Seite des Cubies ist blau (siehe Bild):



(Nur so zur Info: Während der „richtige“ Sharp Corner am frontalen rechten Eck des Würfelbodens hingehört, muss der andere (der „falsche Sharp Corner“) später an die hintere linke Ecke des Top-Layers gebracht werden: Wie man aus obigem Bild erkennen kann, ist nämlich durch die Mittelsteine vorgegeben, dass der Würfeldeckel blau werden muss und die linke Seite weiß und hinten (nicht sichtbar) ist der Mittelstein rot — und da die Mittelsteine die Seitenfarben festlegen, muss der „falsche“ Sharp Corner halt ins hintere linke Eck des Top-Layers.)

Sollten wir also zufällig den „falschen“ Corner (Eckstein) mit denselben drei Farben (die aber anders geflipped sind) erwischt und im Top-Layer stehen haben, brauchen wir ihn gar nicht erst einzusetzen versuchen — er wird am Ende verdreht im rechten unteren Einfügeslot stehen — und da er dort nicht hingehört, kann er dort auch nicht bleiben und wir müssten ihn wieder ausbauen.

Wenn wir jedoch den richtigen Sharp Corner über dem Einfüge-Slot (also im Top-Layer) stehen haben, setzen wir ihn mit mehrmaliger Triggerausführung des *„Sexy Move“* ein.

Nun können wir die bisherige Bedingung: „Die weißen Würfelseiten müssen sich links und unten befinden!“ fallen lassen.

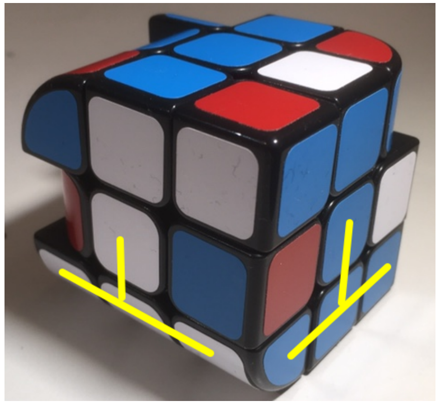
Wir verlangen jetzt nur noch die Maßgabe:

„Wir halten den Würfel ab jetzt so, dass die weiße Seite mit dem Z-Sticker unten ist!“

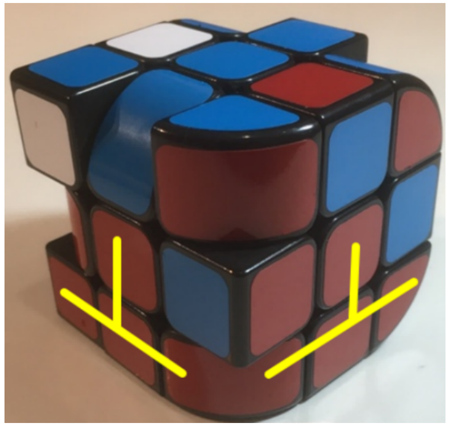
Ergebnis:
Wir haben die weiße Seite unten (sprich: Den weißen Würfelboden) vollständig gelöst. — Die andere weiße Seite des Würfels ist dagegen noch nicht vollständig gelöst (das wäre ein großer Zufall), sondern von dieser weißen Würfelseite ist bisher nur das weiße Triplett gelöst sowie der immer (per se) gelöste weiße Mittelstein.

Schritt 5: Ergebniskontrolle: *T-Prüfung*

Bevor wir weitermachen, wollen wir sicherstellen, dass wir noch keine schwerwiegenden Fehler begangen haben: Wenn wir bisher alles richtig gemacht haben, können wir in den beiden untersten Ebenen auf jeder Würfelseite ein auf den Kopf gestelltes „T“ erkennen:



Hierbei soll uns nicht stören, dass zwei der vier Würfelseiten (bei meinem Würfel: die rote Seite - dies wird ja bekanntermaßen durch die Mittelsteinfarben - hier rot - siehe nachfolgendes Bild, determiniert) durch ein „Curved Piece“ miteinander verbunden sind und auch hier das „T“-Zeichen darstellen:



Schritt 6: Zweite Ebene fertigstellen (auch bekannt als: *„Status F2L“*)

Nun wollen wir die zweite Ebene komplett lösen. Hierzu müssen wir Edge-Pieces, die sich jeweils in der Mitte einer Würfelseite befinden, entweder auf die rechte oder auf die linke Seite der Mittelebene bringen, und zwar exakt an die Position, wo sie auch farblich hinpassen. Sharp Edges müssen dabei richtig herum geflipped eingesetzt werden. (Das ist dasselbe Verfahren wie beim regulären 3x3-Zauberwürfel.)

Allerdings gibt es einen Unterschied: Betrachtet man einen schon gelösten Penrose Cube, so zeigt sich, dass es in der Mittelebene genau vier Positionen gibt, die zu besetzen sind, denn die Mittelsteine auf jeder Seite sind ja fix und geben die Farbe der ganzen Würfelseite vor. Betrachtet man diese Positionen bei einem gelösten Penrose Cube genauer, stellt man fest, dass genau drei „echte“ Kantensteine (Sharp Edges) und ein Piece des rotfarbiges Curved Tripletts, genauer gesagt: das rotfarbige Bent Edge Piece - hier gibt es nur eines davon - diese Plätze einnehmen.

Mit dem Wissen um diese eine Besonderheit können wir dann exakt so vorgehen, als hätten wir es mit einem ganz normalen 3x3-Cube zu tun: Wir verwenden einfach die bereits aus der *Beginners Method* bekannten beiden Algorithmen zum links- oder rechtsseitigen Einsetzen der vier Edges:

Top-Layer-Edge-Piece nach links in die Mittelebene herunterbringen:

$$\overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \quad {\uparrow}\mathrm{L} \quad \overset{\circlearrowright}{\mathrm{O}} \quad {\downarrow}\mathrm{L} \quad \overset{\circlearrowright}{\mathrm{O}} \quad \overrightarrow{F} \quad \overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \quad \overleftarrow{F}$$

Top-Layer-Edge-Piece nach rechts in die Mittelebene herunterbringen:

$$\overset{\circlearrowright}{\mathrm{O}} \quad \mathrm{R}{\uparrow} \quad \overset{\circlearrowright}{\mathrm{O}} \quad \mathrm{R}{\downarrow} \quad \overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \quad \overrightarrow{Y} \quad {\uparrow}\mathrm{L} \quad \overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \quad {\downarrow}\mathrm{L}$$

Falls der eingesetzte Kantenstein falsch herum steht (geflipped ist), passt das ganze nicht. Dann müssen wir ihn wieder zurück in die „obere Ebene“ zurückbringen, indem wir einen anderen Kantenstein der oberen Ebene einsetzen und das ursprüngliche Piece dann nochmals neu einsetzen — ganz wie in der Anfängermethode. *Oder:* Wir führen in den Fällen von nach dem Einbau falsch geflippten Kantensteinen den Alg zum Re-Flip aus:

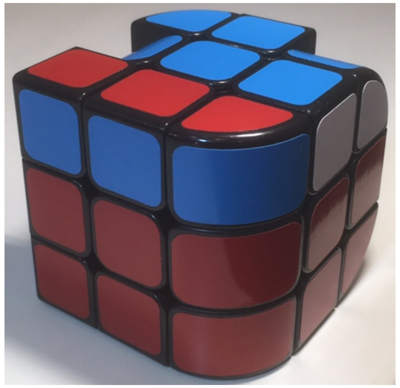
$$(\ {}^{2}\overrightarrow{F} \quad {}^{2}\overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \ ) \quad (\ \mathrm{R}{\downarrow} \quad {}^{2}\overrightarrow{F} \quad \mathrm{R}{\uparrow} \quad {}^{2}\overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \ ) \quad (\ \overrightarrow{F} \quad \overset{\circlearrowleft}{\mathrm{O}} \quad \overrightarrow{F} \ )$$

Ergebnis: Die zweite Ebene ist gelöst:

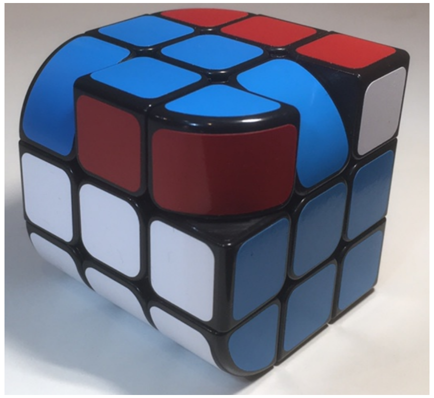
Im Ergebnis haben wir den Status **F2L** erreicht.

F2L bedeutet *„First two Layers“*. Gemeint ist, dass die unterste und mittlere Horizontalebene (Layers) des Penrose Cube gelöst sind.

Beispiel:
Von der einen Seite sieht der Zustand wie folgt aus (uns interessieren jetzt nur die beiden untersten Layers, während das oberste Layer völlig von dem hier dargestellten Beispiel abweichen kann):



von der anderen Seite sieht unser Beispiel wie folgt aus:



Schritt 7: Top-Layer: *Curved Piece ausrichten*

Nachdem wir im vorigen Schritt die beiden unteren Ebenen (Layers) gelöst und den Zustand **F2L** erreicht haben, halten wir kurz inne und betrachten uns den Zustand, den der Penrose Cube aktuell hat:

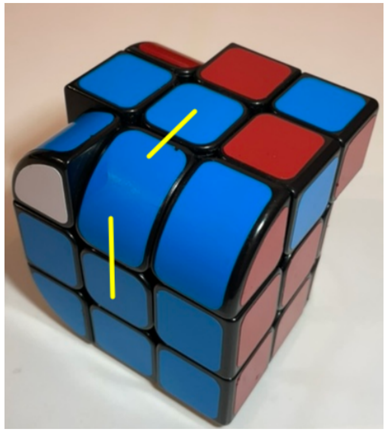
Wir werden finden, dass es in jedem Fall (das ist zwingend so) ein Curved Piece auf der Würfeloberseite gibt. Warum muss das so sein? —- Weil es zur Farbe der Oberseite des Penrose-Cube (in unserem Fall ist das die Farbe blau) auch einen gleichfarbigen (hier: blauen) Mittelstein gibt, der damit bestimmt, dass es auch eine gleichfarbige (blaue) Würfelseite gibt. Und wie werden solche gleichfarbigen Würfelflächen (hier: der Würfeldeckel und die gleichfarbige Seite) verbunden? — *Richtig: Exakt mit einem Curved Piece!*

Wenn wir bisher alles richtig gemacht haben, finden wir dann am Würfeldeckel (auch: Top-Layer) ein ebensolches Curved Piece.

Und noch etwas fällt uns auf: Nämlich, dass es zwei exakt gleichfarbige Kantensteine (Edges) gibt.

Bevor wir nun fortfahren, drehen wir am Würfeldeckel, und zwar drehen wir ihn so, dass die Farbe des *Curved Piece* zur Seitenfarbe passt.
(Also: blau zu blau. — Das Vorgehen ist eigentlich dasselbe wie in Schritt 1, als wir ganz am Anfang versuchten, das weiße Curved Piece zwischen die beiden weißen Mittelsteine zu bekommen.)

Ergebnis: Das Curved Piece soll die beiden farbgleichen Seiten verbinden:



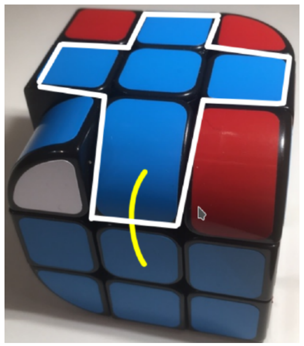
Schritt 8: Blaues Kreuz erzeugen

Nun halten wir wieder den Penrose Cube so, dass sich seine weiße Seite mit dem Z-Mittelstein auf dem **Boden** und der andere weiße Mittelstein **links** befinden. Danach führen wir den bekannten Algorithmus aus der 3x3-Anfängermethode aus:

$$\overrightarrow{F} \quad \text{R}\uparrow \quad \overset{\curvearrowright}{\text{O}} \quad \text{R}\downarrow \quad \overset{\curvearrowleft}{\text{O}} \quad \overleftarrow{F}$$

Es kann sein, dass nach dem erstmaligen Ausführen des obigen Algorithmus zunächst erst mal eine blaue Linie sichtbar ist — und noch gar kein blaues Kreuz. Ist dass der Fall, stellen wir durch eine (globale) Drehung des gesamten Penrose Cubes (jetzt bloß nicht am Deckel drehen!) sicher, dass diese Linie bei schräger Von-Vorne-Draufsicht horizontal zu uns steht teht und nicht etwa vertikal von uns wegführt (siehe Bilder):

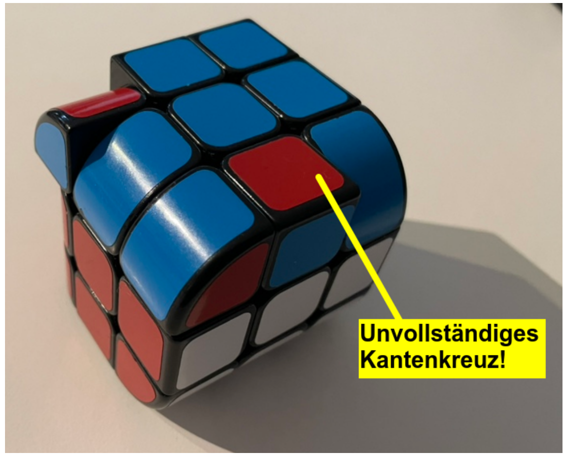
Dann führen wir den Algorithmus erneut aus - am Ende geht das ganze immer auf und wir bekommen unser blaues Kreuz:



Erneute Prüfung: Wir prüfen erneut, ob das Curved Piece immer noch zur gleichfarbigen Seite zeigt: Ist dies *nicht* der Fall, können wir jetzt am Deckel des Penrose-Cube drehen (müssen es sogar), und zwar solange, bis beide Farben (hier im obigen Bild: blau) übereinstimmen.

Zusatzhinweis: Das obere Kreuz muss vollständig zu sehen sein!

Ist das blaue Kreuz (wie auf nachfolgendem Bild gezeigt) nicht vollständig zu sehen...



....dann müssen wir den zuvor erwähnten Algorithmus.....

$$\overrightarrow{F} \quad \text{R}\uparrow \quad \overset{\curvearrowright}{\text{O}} \quad \text{R}\downarrow \quad \overset{\curvearrowleft}{\text{O}} \quad \overleftarrow{F}$$

....wiederholen, und zwar so lange, bis das der Fall ist:

Schritt 9: Top-Layer-Kantensteine an ihre Home-Position bringen

Falls schon alle Kantensteine an ihrem richtigen Platz sind, können wir diesen Schritt überspringen.

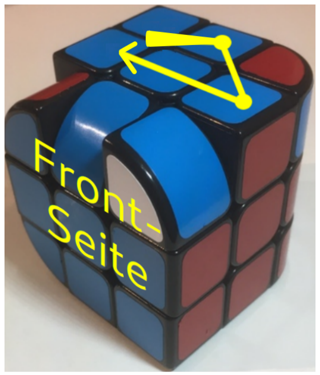
Beachte:

→ Ab hier unterscheidet sich das Vorgehen von der 3x3-Beginners Methode, die oft zuerst die Farbe des Würfel-Deckels einheitlich macht (so genannter „OLL-Schritt") — und danach (im so genannten „PLL-Schritt") die richtig geflippten Kantensteine an ihre richtige Position bringt.

→ Was machen wir statt dessen? - Wir kehren die Vorgehensweise um und bringen zuerst die Kantensteine an ihre Home-Position.

→ Wie wollen wir vorgehen? - Wir werden die 3 regulären Kantensteine des Top-Layers zirkulieren und den „Inner Curved Kantenstein" der an der Frontalseite ist, unverändert belassen! Hierzu bedienen wir uns des regulären bzw. im Uhrzeigersinn ablaufenden Kantenstein-Karussell-Algorithmus (auch: Ub-Perm genannt). Dazu noch ein kleiner Tipp: In den meisten Darstellungen des Ub-Perms wird der „fixierte" Kantenstein auf der Back-Seite gehalten. Damit ergibt sich ein Zirkel-Pfeil im Uhrzeigersinn. Wir halten jedoch den Würfel so, dass der „fixierte" Kantenstein frontal steht, so dass der Pfeil (im nachfolgenden Bild) genau andersherum verläuft (der gelbe Pfeil im Bild ist also nicht falsch herum gezeichnet, sondern das Ganze ist nur eine Frage der würfel-globalen Sichtweise.)

Los gehts - wir halten dabei den Würfel erst einmal global so, dass der blaue *Top-Layer Curved Piece* frontal zu uns zeig. Dann drehen wir die beiden unteren Layer so, dass die Seitenfarben zueinander passen:



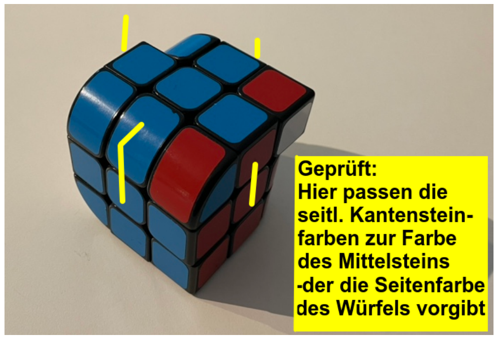
Danach wenden wir den Kantensteinkarussell-Algorithmus an:

$$R\downarrow \quad \overset{\circlearrowright}{O} \quad R\downarrow \quad \overset{\circlearrowleft}{O} \quad R\downarrow \quad \overset{\circlearrowleft}{O} \quad R\downarrow \quad \overset{\circlearrowright}{O} \quad R\uparrow \quad \overset{\circlearrowright}{O} \quad {}^{2}R\downarrow$$

Noch ein Tipp: Es gibt Ub-Perms, die über M-Slices funktionieren, bei denen also die Mittelebene mit dem rechten Ringfinger vertikal nach hinten gezogen wird. Diese bergen jedoch das Risiko, dass einem der Penrose-Cube aus den Händen gleitet, weil er sich nicht so *„smooth"* *(Cuber-Slang)* wie ein optimierter 3x3-Speedcube drehen lässt - von solchen Algs rate ich ab!

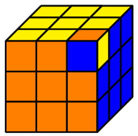
Den gerade genannten Algorithmus führen wir ggf. mehrmals aus, und zwar so lange, bis sich alle Kantensteine des Top-Layers an ihrer richtigen Home-Position befinden.

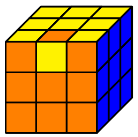
Im Ergebnis haben wir damit alle Top-Layer-Kantensteine an ihrer richtigen Position stehen — *und zwar richtig herum geflipped (!)* — siehe nachfolgendes Bild:



Zusatzinfo: *Illegal States und Herkunft des Begriffs „Parity“*

Die Würfelgesetze (mathematisch: Gruppentheorie) erzwingt, dass die Anzahl der Permutationen der Kanten und Ecken insgesamt bei jeder legalen Drehung eine geraden Anzahl von Swaps der Würfel-Pieces (auch „Cubies“ genannt) bewirkt. *Illegal wäre es beispielsweise*, wenn man - etwas rüde und gewaltsam - nur eine Ecke seitlich verdreht, was die modernen 3x3-Zauberwürfel durchaus zulassen. Das Ergebnis wäre ein so genannter *„illegal state“* (mit zulässigen Mitteln unlösbarer Würfelzustand) bei dem eine einzige Ecke oder aber auch eine einzige Kante falsch geflipped ist. Wie gesagt: So etwas lässt sich mit „regulären Drehungen von Würfelseiten“ oder „Slices“ (M- und E-Drehungen) nicht herbeiführen:


Beispiel: *Illegal State*

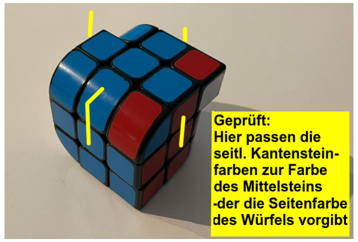

Beispiel: *Illegal State*

Was „insgesamt für Ecken und Kanten“ regulär nicht möglich ist, ist aber für „Nur-Kanten“ oder „Nur-Ecken“ möglich, nämlich eine gerade oder auch ungerade Anzahl von getauschen (permutierten) Steinen. Daher kommt auch der Parity-Begriff. Wenn Cuber jedoch von „Parity“-Cases sprechen, meinen sie, dass es beim „Endspieléine Situation gibt, die das Lösen des Cubes erschwert: Während die Parity am Anfang aufgrund der vielen Möglichkeiten ziemlich egal ist, wird sie gegen Ende hin zu einem echten Störfaktor (bis hin zur Unlösbarkeit, wenn sie nicht beseitigt wird) und muss daher behandelt werden.

Noch ein Wort zur Entstehung des Parity Case:
Ursache für Paritys sind oft (unbemerkt) falsch eingesetzte Steine. Beim Penrose Cube gibt es die „Inner Curved Pieces“ die jeweils um 180 Grad gedreht werden und eingesetzt werden können, ohne dass das verdrehte Einsetzen dieser Pieces irgendwie bemerkbar wäre. Dies kann dann zu einer Parity-Situation führen. Oder die beiden „Sharp Corners“, des Top-layers, die gleiche Farben haben und ihre Plätze vertauschen können.

Vorbedingung, um die Parity überhaupt prüfen zu können:

Der Zustand **F2L ist erreicht und das Kantenkreuz an der Würfeloberseite ist gelöst.**
Weitere Vorbedingung zum Prüfen ist, dass alle Farben der Kantensteine die das Kreuz bilden mit der entsprechenden Würfelseitenfarbe **seitlich übereinstimmen**:



Schritt 10: *Parity-Check:* (Prüfen, ob ein Parity Problem vorliegt)

Begutachtung der Ecksteine im Top-Layer:

Wir schauen uns nun alle 4 Top-Layer-Ecksteine der Reihe nach an und prüfen:

Sind die Farben die der jeweils aktuell betrachtete Eckstein zeigt, auch diejenigen Farben, die an diesen Eck-Slot hinkommen müssen bzw. dort passen würden?

— Und: Spricht auch sonst nichts dagegen, das das Corner-Piece woanders hingehört, z. b. wenn es kein „Curved Corner Piece“, sondern ein “Sharp Corner Piece“ ist, aber genau zwischen der blauen Würfeloberseite und der blauen Würfelseite steht („Falscher Piece-Typ im Slot?“). Oder umgekehrt: Dass ein „Curved Corner Piece“ an Eckposition steht, wo es aber gar nicht die Würfeloberseite mit einer gleichfarbigen Würfelseite — in unserem Würfel ist das eben „blau“ — verbinden kann (“Curved Corner Piece im falschen Slot?“

Case 1: Gar kein Eckstein „passt“:
Sollte es gar keinen Eckstein geben, der schon an seiner Home-Position ist, müssen wir das Eckstein-Karussell (*„Loro-loro“*) einmal ausführen, denn damit wird mindestens ein Eckstein an seine korrekte Home-Position gebracht. Da der Algorithmus nichts an den Kanten verändert, ist es egal, welche Würfelseite uns frontal zugewandt ist (man kann zum Beispiel den Würfel so halten, dass das blaue Inner Curved Piece frontal zu uns steht).

Eckstein-Karussell: *(„Loro-Loro“)*

(↑L $\overset{\circlearrowright}{O}$ R↑ $\overset{\circlearrowleft}{O}$) (↓L $\overset{\circlearrowright}{O}$ R↓ $\overset{\circlearrowleft}{O}$)

Damit steht dann mindestens ein Eckstein an seiner korrekten Homeposition, auch wenn er „verkehrt herum geflipped sein mag.“ Und nun wiederholen wir den Check bzw. die Prüfhandlung von gerade eben (siehe oben).

Case 2: Exakt zwei Ecksteine „passen“:
Falls wir exakt zwei der insgesamt vier Ecksteine des Top-Layers finden, die korrekt an ihrer Homeposition stehen (egal, ob sie richtig herum geflipped sind), dann haben wir einen Parity-Case: Denn notwendiger Weise stehen dann die beiden anderen Ecksteine des Top-Layers nicht an ihrer Homeposition — sondern sie stehen *vertauscht an der Homeposition des jeweils anderen Ecksteins.*

Case 3: Sonstige restliche Fälle:
Hier haben wir keinen Parity-Case zu behandeln! → und fahren fort mit Schritt 12.

Schritt 11: Auflösung eines Parity-Case

Wir wissen nun, ob wir einen Parity-Fall haben oder nicht.

→ Falls kein Parity-Case vorliegt, überspringen wir den Schritt 11 und gehen gleich zu Schritt 12 über!

Zusatzanmerkung: Nicht hilfreiche Herangehensweise:

Die Parity-Cases enstehen, weil unbemerkt die „Curved inner Pieces“ falsch herum eingebaut worden sind. Leider gibt es davon 3 Pieces (je einen in der Farbe weiß, blau und rot). Bei anderen Cubes, z. B. den Fisher-Cube (dieser hat im Gegensatz zum normalen 3x3-Wüfel Schnittachsen im 45-Grad-Winkel), kann man sehen, welches Piece die Parity-Situation herbeigeführt hat - nicht jedoch beim Penrose Cube. Daher ist die Vorgehensweise wie beim Fisher-Cube (Ausbauen des “falschen“ Pieces und danach nochmaliges Einbauen) nicht zielführend!

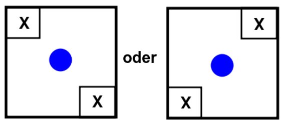
Unterfälle des Parity Caes:

Der Parity-Case kann in zwei verschiedenen Formen auftreten:

11 A. Diagonalfall:

Im ersten Fall stehen sich die beiden Corner-Pieces, die sich in ihrer korrekten Home-Position befinden *diagonal gegenüber*.

Blickt man von oben auf den Würfel, kann dieser Diagonalfall in zwei verschiedenen Konstellationen vorkommen. Dies soll anhand folgender schematische Draufsicht verdeutlicht werden:



(X = Corner an richtiger Hompeposition. Der blaue Kreis symbolisiert den Mittelstein der Würfeloberseite.)

→ Hier müssen wir versuchen, diesen Diagonalfall einer Parity-Case in einen so genannten gleichseitigen Parity-Case zu verwandeln. Erst dann können wir den Parity-Case auflösen! Diese Überführung des Parity Case von 9 A nach 9 B machen wir wie folgt: Wir verwenden den schon weiter oben kurz erwähnten *Loro-Loro*-Algorithmus:

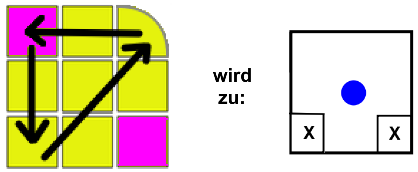
$$(\uparrow L \quad \overset{\curvearrowright}{O} \quad R\uparrow \quad \overset{\curvearrowleft}{O}) \qquad (\downarrow L \quad \overset{\curvearrowright}{O} \quad R\downarrow \quad \overset{\curvearrowleft}{O})$$

Was passiert eigentlich beim *Loro-Loro*-Algorithmus - warum funktioniert das?

Ganz allgemein und unabhängig von unserer konkreten Situation gilt:

*Beim „Loro-Loro-Algorithmus“ handelt es sich um ein so genanntes **„Eckstein-Karussell:“** Alle Top-Layer-Ecksteine zirkulieren: Und zwar mit Ausnahme desjenigen Ecksteins, der zum Zeitpunkt des Aufführungs- beginns an der frontal rechten Stelle Top-Layer-Position (also an FRU: Front-Right-Upper Position) steht.*

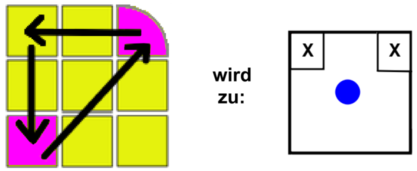
Bezogen auf unsere konkrete Situation ergibt sich damit entweder folgender Fall, den wir in Form einer Draufsicht auf den Penrose Cube schematisch abbilden wollen:



Ecksteinkarussell: Draufsicht

Wie man sieht, zirkuliert in diesem Fall der hintere an seiner Homeposition stehende Eckstein (rosa markiert) nach vorne und bildet danach mit dem statisch an der Frontseite rechts schon an seiner Homeposition stehenden Eckstein eine gleichseitige Anordnung.

Für den gespiegelten Fall passiert das Folgende:



Ecksteinkarussell: Draufsicht

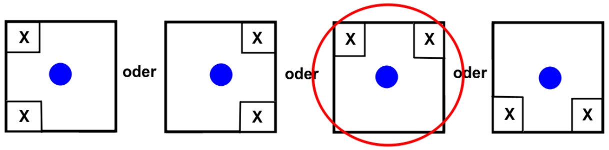
Hier sieht man, dass die Ecksteine ebenfalls zirkulieren, und zwar wandert der hintere an seiner Homeposition rechts stehende Eckstein auf die hintere linke Position. Auf seinen nunmehr frei gewordenen Platz wandert der Eckstein, der zuvor an seiner Homeposition auf der linken vorderen Seite gestanden hatte. Auch in diesem Fall bildet sich eine gleichseitige Anordnung der korrekten Ecksteine heraus - dieses mal halt hinten am Würfel und nicht vorne.

→ Damit haben wir aus beiden Diagonalsituationen den Fall 11 B: „Gleichseitige Anordnung der korrekten Corners“ gemacht und fahren damit fort!

11 B. Gleichseitige Anordnung:

Im zweiten Parity-Case-Fall stehen die beiden korrekten Corner-Pieces des Top-Layers auf der gleichen Seite.

Blickt man von oben auf den Würfel (Draufsicht) ergeben sich folgende mögliche Situationen, wobei wir die dritte Situation präferieren:



(X = Corner an richtiger Hompeposition. Der blaue Kreis symbolisiert den Mittelstein der Würfeloberseite.)

→ In den Situationen 1,2 und 4 müssen wir den Penrose-Cube erst einmal global so drehen. Und zwar drehen wir ihn so, dass die beiden Top-Layer-Corners, die sich an ihrer korrekten Homeposition befinden, danach hinten an der Würfelrückseite stehen, so dass sich der dritte Zustand (hier rot umkreist) ergibt. Erst von dort aus machen wir dann weiter.

Stehen die beiden korrekten Ecken an der Würfelrückseite führen wir den *Sune-Algorithmus* zur Beseitigung des Parity-Case aus.

Zusatzinfo:
Der Sune-Algorithmus wird wohl jedem bekannt Anfänger bekannt sein - In der Beginners Method wird dieser Algorithmus verwendet, um das Muster des gelben Fisches auf der Würfeloberseite zur gelben Fläche zu verwandeln. Er lautet:

R↑ O R↓ O R↑ ^{2}O R↓

Sune-Algorithmus zur Beseitigung der Parity

Mein ganz privates Merksprüchlein ist hier immer: *„Mit Ralph geht es aufwärts oder abwärts oder aufwärts oder oder abwärts.“*

Leider lässt der Sune-Algorithmus unsere schon gelöst gewesenen Top-Layer-Kantensteine nicht in Frieden: Er wirkt sich negativ auf sie aus und verschiebt sie an andere Positionen im Top-Layer. Und darum müssen wir die Kantensteine erneut (wie schon in Schritt 7 via Kantensteinkarussell beschrieben) an ihre korrekten „Home-Position“ zurückbringen:

R↓ O R↓ O R↓ O R↓ O R↑ O ^{2}R↓

Erneut prüfen wir die Situation:

Und falls schon wieder kein Eckstein mehr an seiner Homeposition steht, müssen wir auch noch den *„Loro-Loro-Algorithmus“* hinterherschieben.

Dann aber werden wir finden, dass wir keinen Parity Case mehr haben!

Und damit können wir dann endlich wieder zum regulären Strang zurückkehren und zum nächsten Haupt-Schritt kommen!

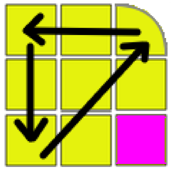
Schritt 12: Top-Layer-Ecksteine an ihre Home-Position bringen

Falls schon alle Ecksteine an ihrem richtigen Platz sind, können wir diesen Schritt überspringen.

Jetzt prüfen wir, ob irgend ein Eckstein des Top-Layers bereits an seiner richtigen Home-Position steht. Nach wie vor interessiert uns dabei nicht, ob dieser Corner auch schon richtig herum geflipped ist.

Finden wir einen solchen korrekt stehenden Eckstein, halten wir — ohne am Deckel zu drehen — den Penrose Cube (global) so, dass der korrekt positionierte Eckstein auf der rechten Seite frontal zu uns zeigt.

Der Grund hierfür...
...ist recht einsichtig: Der Eckstein-Karussell-Algorithmus, den wir gleich anwenden werden, zirkuliert drei Ecksteine, die sich auf dem Würfeldeckel (von oben betrachtet) an den Positionen Nordost, Nordwest, Südwest befinden und lässt den Eckstein im Südosten unangetastet:



(Ecksteinkarussell: Draufsicht)

Nun führen wir (ggf. auch mehrmals) nachfolgend beschriebenen Algorithmus aus, und zwar solange, bis sich jeder Eckstein an seiner korrekten Home-Position befindet (erneut der Hinweis: Es ist egal ob die Ecksteine richtig herum geflipped sind — das kommt später!)

Eckstein-Karussell: *(„Loro-Loro“)*

$$(\uparrow L \quad \overset{\rightleftarrows}{O} \quad R\uparrow \quad \overset{\leftrightarrows}{O}) \qquad (\downarrow L \quad \overset{\rightleftarrows}{O} \quad R\downarrow \quad \overset{\leftrightarrows}{O})$$

(„Loro hoch“) *(„Loro runter“)*

Ergebnis:
Alle Ecksteine des Top-Layer sind nun an ihrem korrekten Heimatplatz. Ein Parity Case existiert nicht oder wurde zuvor eliminiert.

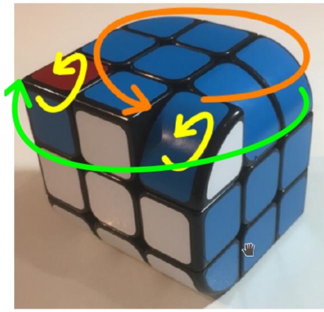
Schritt 13: Corner-Orientation (falsch geflippte Corner wenden)

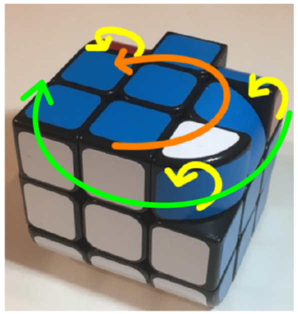
Falls noch Ecksteine zwar an ihren richtigen Positionen stehen, aber falsch herum geflipped sind, müssen wir sie richtig herum ausrichten, indem wir sie wenden.

Hierzu müssen wir den Penrose Cube wie folgt („global“) halten:

1. Der erste zu wendende (zu flippende) Kantenstein (Corner-Piece) muss an der rechten vorderen oberen Ecke stehen.

2. Falls es eine korrekt ausgerichtete Ecke gibt, muss der Würfel so gehalten werden, dass sie an der linken vorderen oberen Ecke steht:





Die gelben Pfeile deuten das Wenden der einzelnen Corner an.

Um nacheinander alle falsch geflippten Ecksteine zu wenden und damit korrekt auszurichten (der orangefarbene Pfeil zeigt die Bearbeitungs-Reihenfolge an, diese ist *entgegengesetzt zur Drehrichtung des Deckels, die ggf. danach kommt*) — wird bei jedem falsch geflipptem Corner folgender Algorithmus angewendet:

$$2 \bullet (R\downarrow \quad \overleftarrow{U} \quad R\uparrow \quad \overrightarrow{U})$$

Merkspruch: „runter-raus-rauf-rein!“

Diesen Algorithmus wiederholen wir *ohne Deckeldrehung* solange, bis im Top-Layer (oben rechts) der Eckstein richtig gewendet an seiner korrekten Homeposition steht.

Sobald der **Corner im Top-Layer** richtig herum geflipped steht, drehen wir den Deckel weiter nach **rechts,** und zwar so lange, bis der nächste falsch geflippte Corner erscheint.

Solange noch falsch geflippte Corner im Top-Layer sind, wird der oben genannte Algorithmus erneut durchgeführt. Dabei ignorieren wir, dass bei der Anwendung des Algorithmus die unteren Layers erst einmal *durch-gescrambled* werden: Mit dem Wenden des letzten falsch geflippten Corners löst sich das ganze wieder auf.

Danach ist der Penrose-Cube gelöst.

/rhn, 06.03.2024